7.4.5 Rovnice roviny II

Př. 1: Najdi obecnou rovnici roviny s parametrickým vyjádřením:
$\rho: \{[2+t-s; 3-2t+s; -1-t+2s], t, s \in R\}$.

$\boldsymbol{u} = (1;-2;-1)1;-2$ $\boldsymbol{v} = (-1;1;2)-1;1$

$\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} = (-4+1; 1-2; 1-2) = (-3;-1;-1) \Rightarrow \boldsymbol{n} = (3;1;1)$

Rovnice: $3x + y + z + d = 0$. Dosadíme bod $A[2;3;-1]$: $3 \cdot 2 + 3 + (-1) + d = 0 \Rightarrow d = -8$.

Rovina ρ má obecnou rovnici $3x + y + z - 8 = 0$.

Př. 2: Najdi obecnou rovnici roviny σ, která prochází počátkem soustavy souřadnic a je rovnoběžná s rovinou $\rho: 2x - y + 3z - 4 = 0$.

$\boldsymbol{n}_\sigma = \boldsymbol{n}_\rho = (2;-1;3)$ Rovina σ: $2x - y + 3z + d = 0$. Dosadíme počátek, bod $O[0;0;0]$:
$2 \cdot 0 - 0 + 3 \cdot 0 + d = 0 \Rightarrow d = 0$. Rovina σ má obecnou rovnici $\sigma: 2x - y + 3z = 0$.

Př. 3: Najdi podmínku, kterou musí splňovat obecná rovnice roviny, která prochází počátkem soustavy souřadnic.

Dosadíme bod $O[0;0;0]$ a spočítáme koeficient *d*: $a \cdot 0 + b \cdot 0 + c \cdot 0 + d = 0 \Rightarrow d = 0$

Př. 4: Roviny ρ má tyto vlastnosti: je rovnoběžná s osou *z*, je rovnoběžná s přímkou $p: \{[2+2t; 1-t; 3], t \in R\}$ a prochází bodem $A[2;2;5]$. Urči obecnou rovnici roviny ρ.

$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{s}_p = (2;-1;0)2;-1$ $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{s}_z = (0;0;1)0;0$

$\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} = (-1-0; 0-2; 0-0) = (-1;-2;0) \Rightarrow \boldsymbol{n} = (1;2;0)$

Rovnice: $x + 2y + d = 0$. Dosadíme bod $A[2;2;5]$: $2 + 2 \cdot 2 + d = 0 \Rightarrow d = -6$.

Rovina ρ má obecnou rovnici $x + 2y - 6 = 0$.

Př. 5: Urči průsečíky roviny $\rho: x + 2y - 6 = 0$ z předchozího příkladu se souřadnými osami. Nakresli do obrázku její polohu.

Rovnice osy *x*: $\begin{aligned} x &= t \\ y &= 0 \\ z &= 0, t \in R \end{aligned}$ Dosadíme do rovnice roviny ρ: $x + 2y - 6 = 0$.

$t = 6$

Souřadnice průsečíku: $\Rightarrow$ $P[6;0;0]$.

Průsečík s osou *y*:
Dosadíme do rovnice roviny ρ:

$x + 2y - 6 = 0$

$0 + 2 \cdot t - 6 = 0$

$t = 3$

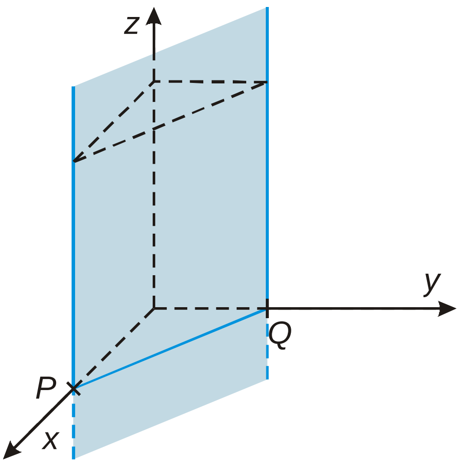
Souřadnice průsečíku: $\Rightarrow$ $Q[0;3;0]$.

Průsečík s osou *z*:
Dosadíme do rovnice roviny ρ:

$x + 2y - 6 = 0$

$0 + 2 \cdot 0 - 6 = 0$

$-6 = 0$ $\Rightarrow$ průsečík neexistuje.



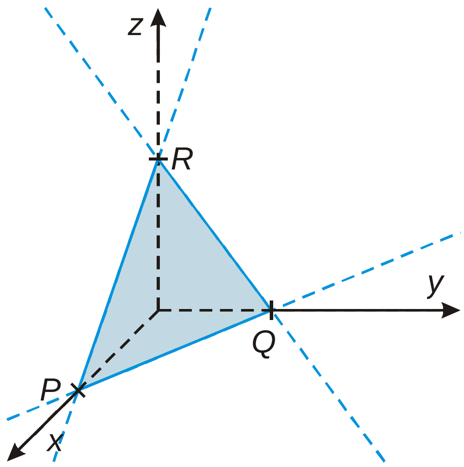
$\frac{x}{6}+\frac{y}{3}=1$ - ve jmenovatelích zlomků souřadnice průsečíků.

Obecnou rovnici roviny určené body $P[p;0;0]$, $Q[0;q;0]$ a $R[0;0;r]$, kde platí $pqr \neq 0$, je možné napsat v úsekovém tvaru $\frac{x}{p}+\frac{y}{q}+\frac{z}{r}=1$.

Př. 6: Rovina σ se protíná se souřadnými rovinami v bodech $P[6;0;0]$, $Q[0;3;0]$, $R[0;0;4]$. Napiš její obecnou rovnici v úsekovém i normálním tvaru. Nakresli její obrázek.

$P[6;0;0]$, $Q[0;3;0]$, $R[0;0;4]$ $\Rightarrow$ úsekový tvar rovnice $\frac{x}{6}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$.

$2x+4y+3z=12$.



Př. 7: Rovina τ se protíná se souřadnými osami v bodech $Q[0;-2;0]$, $R[0;0;3]$. Napiš její obecnou rovnici v úsekovém i normálním tvaru. Nakresli její obrázek.

$Q[0;-2;0]$, $R[0;0;3]$ $\Rightarrow$ $\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1 \quad /\cdot 6$ $\qquad -3y+2z-6=0$

Př. 8: Petáková:
strana 116/cvičení 21
strana 116/cvičení 26
strana 116/cvičení 29
strana 116/cvičení 31 a) d) g)